SECONDE 7	DS n°1	2004-2005

Exercice n°1

1) Mettre les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

$A= \dfrac{64 \times 63}{56 \times 72}$ $\qquad$ $B= \dfrac{2 + \dfrac{1}{3}}{5 - \dfrac{1}{4}}$

2) Ecrire le nombre suivant sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier naturel.

$C = 5\sqrt{112} - 13\sqrt{28} + 2\sqrt{7}$

3) Simplifier les expressions suivantes en montrant les étapes de simplification.

$D = \dfrac{1}{10^{333}} - \dfrac{1}{10^{334}}$ $\qquad$ $E = \dfrac{49 \times 105^2 \times 32}{(100 \times 7)^3}$

Exercice n°2

Recopier les phrases suivantes et préciser VRAI ou FAUX en justifiant.

1) $\frac{1}{7}$ est un nombre décimal.

2) 3 est un nombre rationnel.

3) 3,141592654 est un nombre décimal.

4) $\sqrt{3}\times(2\sqrt{27} - 3\sqrt{3})$ est un entier naturel.

Exercice n°3

1) Décomposer 720 puis 1080 en produit de facteurs premiers.

2) Réduire la fraction $\dfrac{1080}{720}$.

3) Calculer PGCD(720 ; 1080).

4) On veut paver une pièce qui mesure 10,80 m sur 7,20 m avec des dalles <u>carrées</u> les plus grandes possibles. Calculer les dimensions de ces dalles et le nombre de dalles nécessaires.

Exercice n°4

Démontrer que le carré d'un entier impair est un nombre impair.

Exercice 5

Trouver 3 nombres <u>pairs</u> consécutifs dont la somme est 378.

Exercice 6

Retrouver la fraction qui donne naissance à l'écriture décimale illimitée périodique 0,21 21 21 21 … .

Exercice 1

1) $A = \frac{64 \times 63}{56 \times 72} = \frac{2^6 \times 3^2 \times 7}{2^3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2} = 1$

$B = \frac{2 + \frac{1}{3}}{5 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{19}{4}} = \frac{7}{3} \times \frac{4}{19} = \frac{28}{57}$

2) $C = 5\sqrt{112} - 13\sqrt{28} + 2\sqrt{7} = 5\sqrt{16\times7} - 13\sqrt{4\times7} + 2\sqrt{7} = 5\sqrt{16}\sqrt{7} - 13\sqrt{4}\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = ((20 - 26 + 2)\sqrt{7} = -4\sqrt{7}$

3) $D = \frac{1}{10^{333}} - \frac{1}{10^{334}} = \frac{10}{10^{334}} - \frac{1}{10^{334}} = \frac{9}{10^{334}}$

$E = \frac{49 \times 105^2 \times 32}{(100 \times 7)^3} = \frac{7^2 \times (3 \times 5 \times 7)^2 \times 2^5}{(2^2 \times 5^2 \times 7)^3} =$

$E = \frac{7^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 2^5}{2^6 \times 5^6 \times 7^3} = 2^{-1} \times 3^2 \times 5^{-4} \times 7^1 = \frac{9 \times 7}{2 \times 625} = \frac{63}{1250}$

Exercice 2

1) FAUX : $\frac{1}{7} = 0{,}\underline{142857}\ \underline{142857}\ \underline{142857}$ … est un rationnel qui n'est pas décimal (on ne peut pas l'écrire !)

2) VRAI : $3 = \frac{3}{1}$

3) VRAI : 3,141 592 654 s'écrit bien avec une partie décimale finie.

3) VRAI : $\sqrt{3} \times (2\sqrt{27} - 3\sqrt{3}) = 2\sqrt{81} - 3\sqrt{9} = 2 \times 9 - 3 \times 3 = 18 - 9 = 9$

Exercice 3

1) $720 = 9 \times 8 \times 10 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 3^2 \times 5$

$1080 = 108 \times 10 = 2 \times 9 \times 6 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 3^3 \times 5$

2) $\frac{1080}{720} = \frac{2^3 \times 3^3 \times 5}{2^4 \times 3^2 \times 5} = \frac{3}{2}$

3) PGCD (720 ; 1080) = $2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$

4) D'après 3) on a : 10,80 = 3 × 3,60 ; 7,20 = 2 × 3,60. Il faudra donc 6 dalles carrées mesurant 3,6 m de côté.

Exercice 4

Pour tout entier impair p il existe n tel que $p = 2n + 1$; on a alors :
$p^2 = (2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1 = 2k + 1$ qui est bien un nombre impair. (on pose $k = 2n^2 + 2n$)

Exercice 5

Désignons par n le nombre pair du milieu, on a alors $(n - 2) + n + (n + 2) = 378$ qui est équivalent à $3n = 378$ d'où $n = 126$. Les trois nombres cherchés sont donc 124 ; 126 et 128.

Exercice 6

Posons $x = 0{,}212121…$, On a alors $100x = 21{,}212121…$ et $100x - x = 21$. $99x = 21$ donne $x = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$.

La fraction qui donne 0,212121… est donc $\frac{7}{3}$.