



Math93.com

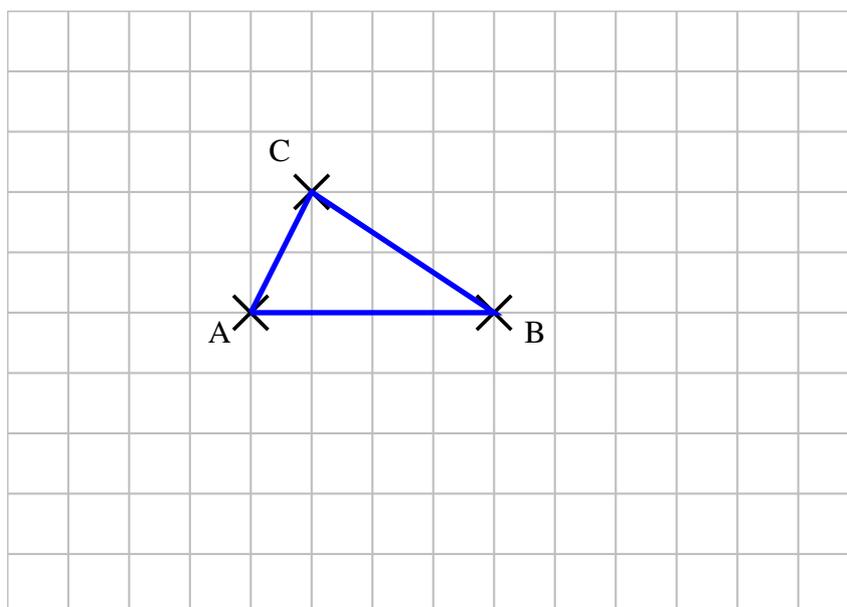
Devoir Surveillé n°7

Vecteurs
Durée 1,5 heure - Coeff. 8
Noté sur 40 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. Construction et démonstration

10 points



On considère un triangle ABC.

1. [3 points] Construire les points I, J, K et L définis par :

1. a. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$;

1. b. $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$;

1. c. $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$;

1. d. $\overrightarrow{BL} = -2\overrightarrow{AC}$;

2. [3 points] En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{AB}$.

3. [3 points] Démontrer ensuite que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AB}$.

4. [1 point] En déduire que le quadrilatère CIKJ est un parallélogramme.

5. **Bonus*** [2 points] Démontrer que les points I, B, J et L sont alignés.

Exercice 2. Michel Chasles (1793-1880) est votre ami !

11 points

A l'aide de sa célèbre relation, démontrer les égalités suivantes :

1. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$;

2. $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA}$;

3. $\overrightarrow{FG} - (\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{BF}$;

4. $-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} + 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$;

Remarque :

En 1841 Chasles enseigne à l'école polytechnique puis à la Sorbonne en 1846. Il entre à l'Académie des sciences en 1851. Chasles expose la relation qui porte son nom à la page 46/643 de son *Traité de géométrie supérieure* (1852).

Exercice 3. Vecteurs et coordonnées**11 points**

Dans un repère du plan (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points : $D(-2 ; 4)$, $E(-1 ; 1)$ et $F(5 ; 4)$.

1. Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'énoncé.
2. [6 points] On considère les points R, S et T tels que :

$$\overrightarrow{DR} = 4 \overrightarrow{DE} \quad , \quad \overrightarrow{DS} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DF} \quad , \quad \overrightarrow{ET} = \frac{1}{3} \overrightarrow{EF}$$

Déterminer les coordonnées des points R, S et T.

3. [2 points] Démontrer que les droite (ST) et (FR) sont parallèles.
4. [1 point] Montrer que les coordonnées du milieu K du segment [DR] sont $K(0 ; -2)$.
5. [2 points] En démontrant par exemple que les vecteurs \overrightarrow{TK} et \overrightarrow{ST} sont colinéaires, prouver que les points S, T et K sont alignés.

Exercice 4. Vecteurs et coordonnées**9 points**

Dans un repère du plan (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points : $A(-1 ; -2)$, $B(5 ; -1)$, $C(6 ; 3)$ et $D(0 ; 2)$.

1. Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'énoncé.
2. [3 points] Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
3. [2 points] Construire le point E tel que :

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$$

4. [2 points] Déterminer les coordonnées du point E.
5. [2 points] Démontrer que :

$$\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{BC}$$

6. [1 point] Que peut-on en déduire sur le point B ?

- Fin du devoir -