Bilan 1 : Calculer avec des fractions

Propriétés	Exemples
Règles de priorité des opérations : • Les parenthèses indiquent quel calcul on doit effectuer en premier.	• $\frac{7}{4}+\left(\frac{21}{8}-\frac{3}{8}\right)=\frac{7}{4}+\frac{18}{8}=\dots$
• Dans un calcul sans parenthèse, on effectue les multiplications et les divisions **avant** les additions et les soustractions. On dit que la multiplication et la division sont **prioritaires** par rapport à l'addition et à la soustraction.	• $\frac{2}{7}+\frac{8}{9}\times\frac{5}{7}=\frac{2}{7}+\frac{8\times5}{9\times7}=\frac{2}{7}+\frac{40}{63}=\dots$ • $\frac{7}{6}-\frac{5}{8}\div\frac{4}{3}+\frac{10}{11}=\frac{7}{6}-\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}+\frac{10}{11}=\frac{7}{6}-\frac{5\times3}{8\times4}+\frac{10}{11}=\dots$
Additionner ou soustraire deux fractions : Pour **additionner** ou **soustraire** deux fractions, il faut qu'elles soient au **même dénominateur** : • Pour **additionner** deux fractions : On additionne uniquement les numérateurs entre eux, et on **garde** le même dénominateur. • Pour **soustraire** deux fractions : On soustrait uniquement les numérateurs entre eux, et on **garde** le même dénominateur.	**1-** les fractions sont au même dénominateur : • $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5+2}{3}=\frac{7}{3}$ et $\frac{7}{5}-\frac{3}{5}=\frac{7-3}{5}=\frac{4}{5}$ **2-** on peut facilement trouver le même dénominateur : • $\frac{4}{7}+\frac{5}{21}=\frac{4\times3}{7\times3}+\frac{5}{21}=\frac{12}{21}+\frac{5}{21}=\frac{12+5}{21}=\frac{17}{21}$ **3-** cas général : • $\frac{6}{7}-\frac{11}{5}=\frac{6\times5}{7\times5}-\frac{11\times7}{5\times7}=\frac{30}{35}-\frac{77}{35}=\frac{-47}{35}$
Multiplier deux fractions : • Pour **multiplier** deux fractions : on multiplie les numérateurs entre eux, et on multiplie les dénominateurs entre eux.	• $\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{2\times7}{5\times3}=\frac{14}{15}$
Diviser deux fractions : • Pour **diviser** par une fraction : Il faut multiplier par son inverse.	• L'inverse de $\frac{4}{5}$ est $\frac{5}{4}$; l'inverse de $\frac{11}{-3}$ est $\frac{-3}{11}$ • $\frac{2}{5}\div\frac{3}{7}=\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{2\times7}{5\times3}=\frac{14}{15}$ • $\frac{\frac{12}{7}}{\frac{9}{5}}=\frac{12}{7}\div\frac{9}{5}=\frac{12}{7}\times\frac{5}{9}=\frac{12\times5}{7\times9}=\frac{60}{63}=\frac{20}{21}$

Remarques	Exemples
Calculer avec des entiers et des fractions : • On peut remplacer un entier par une fraction où le dénominateur est 1.	• $3-\frac{5}{7}=\frac{3}{1}-\frac{5}{7}=\frac{3\times7}{1\times7}-\frac{5}{7}=\frac{21}{7}-\frac{5}{7}=\frac{16}{7}$
Fraction placée devant une parenthèse : • Lorsqu'il n'y a pas de signe entre une fraction et des parenthèses, cela signifie qu'il faut **multiplier** la fraction par le contenu des parenthèses.	• $\frac{9}{11}\left(\frac{8}{7}+\frac{1}{7}\right)=\frac{9}{11}\times\left(\frac{8}{7}+\frac{1}{7}\right)=\frac{9}{11}\times\left(\frac{8+1}{7}\right)=\frac{9}{11}\times\frac{9}{7}=\frac{81}{77}$
Simplifier une fraction : Pour simplifier une fraction : • On peut décomposer le numérateur et le dénominateur en un produit de facteurs. • Ou on peut diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD	**1-** Les nombres sont simples : • $\frac{30}{21}=\frac{2\times\cancel{3}\times5}{\cancel{3}\times7}=\frac{2\times5}{7}=\frac{10}{7}$ et $\frac{4}{24}=\frac{\cancel{4}}{\cancel{4}\times6}=\frac{1}{6}$ **2-** cas général : $\frac{322}{1863}$, avec PGCD(322,1863) = 23 • $\frac{322}{1863}=\frac{14\times\cancel{23}}{81\times\cancel{23}}=\frac{14}{81}$

Bilan 2 : Calculer avec des puissances

Propriétés	Exemples
Puissance avec un exposant entier positif : • La notation a^n signifie $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}$	• $3^4 = \underbrace{3\times3\times3\times3}_{4\text{ fois}} = 81$ et $2^6 = \underbrace{2\times2\times\ldots\times2}_{6\text{ fois}} = 64$ • $10^8 = \underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{8\text{ fois}} = \underbrace{100\ 000\ 000}_{8\text{ zéros}}$
Puissance avec un exposant entier négatif : • La notation a^{-n} signifie $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{n\text{ fois}}}$	• $3^{-4} = \frac{1}{\underbrace{3\times3\times3\times3}_{4\text{ fois}}} = \frac{1}{81} \simeq 0,0123$ et $2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{\underbrace{2\times2\times\ldots\times2}_{6\text{ fois}}} = \frac{1}{64} = 0,015625$ • $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{\underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{5\text{ fois}}} = \frac{1}{\underbrace{100\ 000}_{5\text{ zéros}}} = \underbrace{0,00001}_{5\text{ zéros}}$
Calculer avec des puissances de dix : Si n et m sont des entiers, on a : • **multiplication** : $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$ • **division** : $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$ • **inverse** : $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$ • **puissance** : $\left(10^n\right)^m = 10^{n\times m}$	• $10^3\times10^6 = 10^{3+6} = 10^9$ et $10^2\times10^{-7} = 10^{2+(-7)} = 10^{-5}$ • $\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$ et $\frac{10^6}{10^{11}} = 10^{6-11} = 10^{-5}$ et $\frac{10^3}{10^{-8}} = 10^{3-(-8)} = 10^{3+8} = 10^{11}$ • $\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$ et $\frac{1}{10^{-15}} = 10^{15}$ • $\left(10^2\right)^6 = 10^{2\times6} = 10^{12}$ et $\left(10^{-4}\right)^7 = 10^{-4\times7} = 10^{-28}$
Ecriture scientifique : • l'écriture scientifique d'un nombre est $a\times10^n$ où a est un nombre décimal avec un seul chiffre avant la virgule, autre que 0 (1≤a et a<10). *La calculatrice permet souvent d'afficher l'écriture scientifique d'un nombre*	(see table below)

Nombre	Ecriture scientifique
14,56	$1,456\times10^1$
$233,6\times10^4$	$2,336\times10^{4+2} = 2,336\times10^6$
0,005	5×10^{-3}
$0,00048\times10^7$	$4,8\times10^{7-4} = 4,8\times10^3$

Remarques	Exemples
Méthode de calcul Dans un calcul complexe : • On rassemble les nombres d'une part et les puissances de 10 d'autre part. • On effectue les calculs. • On donne le résultat en « écriture scientifique ».	• $\frac{3\times10^{-5}\times7\times10^3}{4\times10^{-7}\times0,5\times10^2} = \frac{3\times7\times10^{-5}\times10^3}{4\times0,5\times10^{-7}\times10^2}$ • $\frac{3\times7\times10^{-5}\times10^3}{4\times0,5\times10^{-7}\times10^2} = \frac{21\times10^{-2}}{2\times10^{-5}} = 10,5\times10^{-2-(-5)}$ • $10,5\times10^3 = 1,05\times10^4$

Attention : *Des erreurs courantes :* $7^2 \neq 2\times7 = 14$ *et* $(3x)^2 \neq 3x^2$

$7^2 = 7\times7 = 49$ *et* $(3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$

Remarque : *Les formules avec les puissances de 10 se généralisent (a et b sont des nombres non nuls)*

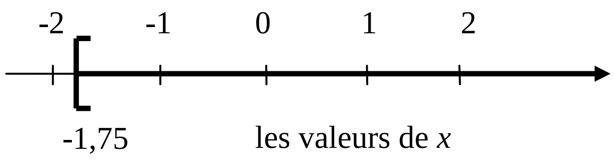
$a^n\times a^m = a^{n+m}$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\left(a^n\right)^m = a^{n\times m}$	$(ab)^n = a^nb^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$5^4\times5^3 = 5^{4+3}$	$\frac{6^3}{6^4} = 6^{3-4}$	$\frac{1}{7^2} = 7^{-2}$	$\left(3^2\right)^{-5} = 3^{2\times(-5)}$	$(8x)^3 = 8^3x^3$	$\left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{8^2}{3^2}$

Bilan 3 : équations du 1[er] degré, équations produits et inéquations

équations du 1[er] degré	Exemples
• **Résoudre** une équation d'inconnue x signifie déterminer x pour que l'égalité soit vérifiée.	• Résoudre *l'équation* 5x – 6 = 4 + 3x
Méthode : • On va d'abord regrouper les constantes dans un seul membre. • On va ensuite regrouper les inconnues dans l'autre membre. • En dernier, on divise par « le nombre devant x » pour « isoler x ».	$5x - 6 + \mathbf{6} = 4 + 3x + \mathbf{6}$ $5x = 3x + 10$ $5x - \mathbf{3x} = 3x + 10 - \mathbf{3x}$ $2x = 10$ $\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$ $x = 5$ La solution de l'équation est 5

équations produits	Exemples
• Une équation produit est du type $A \times B = 0$ est vérifiée si $A=0$ ou si $B=0$.	• Résoudre (x + 8)(3x – 12) = 0.
Méthode : • Pour résoudre une équation du type $A \times B = 0$, il faut résoudre les deux équations $A=0$ et $B=0$ pour trouver toutes les solutions. • Si l'équation n'est pas du type $A \times B = 0$, il faut la <u>factoriser</u>, en mettant en évidence un facteur commun ou en utilisant <u>une identité remarquable.</u>	*« si un produit est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul. »* Donc : (x + 8)(3x – 12) = 0 signifie que : $x + 8 = 0$ ou $3x - 12 = 0$ $x = -8$; $3x = 12$ $x = 12 / 3$ $x = 4$ Les solutions de l'équation sont donc x = - 8 et x = 4.

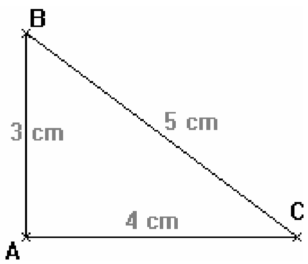
équations du type $x^2 = a$	Exemples
• <u>**$a > 0$:**</u> Si a est positif, l'équation $x^2 = a$ possède deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$. • <u>**$a = 0$:**</u> Si a est nul positif, l'équation $x^2 = a$ possède une solution égale à 0. • <u>**$a < 0$:**</u> Si a est négatif, l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution (un carré ne peut pas être négatif).	• $x^2 = 7$ deux solutions $x = \sqrt{7}$ et $x = -\sqrt{7}$ • $x^2 = 25$ deux solutions $x = \sqrt{25} = 5$ et $x = -\sqrt{25} = 5$ • $x^2 = 0$ une seule solution $x = 0$ $x^2 = -9$ aucune solution *(un carré étant toujours positif ou nul)*

Inéquations	Exemples
• **Résoudre** une inéquation d'inconnue x signifie déterminer <u>**toutes les valeurs de x**</u> qui rendent l'inégalité vraie.	• Résoudre $-3x - 8 \leq x - 1$
• On ne change pas le sens d'une inégalité quand on ajoute (ou on soustrait) un même nombre aux deux membres. • On ne change pas le sens d'une inégalité quand on multiplie (ou on divise) les deux membres par un même nombre **POSITIF**. • <u>**ATTENTION :**</u> On <u>**change le sens**</u> d'une inégalité quand on multiplie (ou on divise) les deux membres par un même nombre <u>**NÉGATIF**</u>.	• $-3x - 8 + 8 \leq x - 1 + 8$ « c'est pareil que pour les équations » $-3x \leq x + 7$ $-3x - x \leq x + 7 - x$ $-4x \leq 7$ $\frac{-4x}{-4} \geq \frac{7}{-4}$ Sauf ici : <u>**attention**</u> on change le sens de l'inégalité $x \geq -\frac{7}{4}$ $x \geq -1,75$
• On peut représenter les solutions sur une droite graduée (crochet tourné vers les solutions pour $\leq$ ou $\geq$; crochet tourné vers l'extérieur pour < ou >)	

Bilan 4 : triangles rectangles

<table>
<tr><th>Egalité de Pythagore</th><th>Exemples</th></tr>
<tr><td>

- **Un triangle ABC rectangle en A est caractérisé par l'égalité :**
$\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$.



- «La somme des carrés des cotés de l’angle droit est égal au carré de l’hypoténuse.»

<u>Remarques :</u>

- Il est conseillé de toujours faire un "petit schéma".
- Si le triangle est rectangle, il faut toujours bien identifier où sont l’angle droit et l’hypoténuse.
- Pour démontrer que le triangle est rectangle, il faut repérer le plus grand côté qui sera peut être l'hypoténuse.

</td><td>

- **Calcul de l'hypoténuse :** Dans un triangle REC, rectangle **en R,** on a RE = 9 cm, RC = 12cm. <u>Calculer EC.</u>

<u>Réponse :</u> $EC^2 = RE^2 + RC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.

Donc $EC = \sqrt{225} = 15cm$.

- **Calcul d'un côté de l'angle droit :** Dans un triangle EFG, rectangle **en G**, on a EF = 10 cm, et EG = 9 cm. <u>Calculer FG.</u>

<u>Réponse :</u> on a $EF^2 = EG^2+FG^2$. Ce qui donne

$FG^2 = EF^2 – EG^2 = 10^2 – 9^2 = 100 – 81 = 19$

Donc $FG = \sqrt{19} \simeq 4,4cm$

- **Démontrer qu'un triangle est rectangle :**

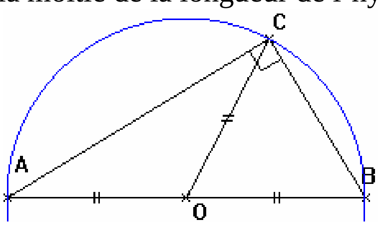
✓ Dans le triangle RST, on a les mesures suivantes :
RS = 4 cm ; RT = 5 cm et ST = 3cm.
Le triangle RST est-il triangle rectangle ?
<u>Réponse :</u> d’une part $RT^2 = 5^2 = 5\times5 = 25$ (le plus grand côté)
d’autre part $RS^2 + ST^2 = 4^2 + 3^2 = (4\times4) + (3\times3) = 16 + 9 = 25$.
on a donc $RT^2 = RS^2 + ST^2$ donc d’après l'égalité de Pythagore, le triangle RST est un triangle rectangle en S.

✓ Dans le triangle XYZ, on a les mesures suivantes :
XY = 5 cm ; XZ = 10cm et YZ = 11 cm
<u>Le triangle est-il triangle XYZ ?</u>
<u>Réponse :</u> d’une part $YZ^2 = 11^2 = 11\times11 = 121$(le plus grand côté)
d’autre part $XY^2 + XZ^2 = 5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125$.
on a donc $YZ^2 \neq XY^2 + XZ^2$ donc d’après l'égalité de Pythagore, le triangle XYZ n’est pas un triangle rectangle.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Triangle rectangle et cercle circonscrit</th><th>Exemples</th></tr>
<tr><td>

- **Si** un triangle est un triangle rectangle, **alors** le milieu de l’hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.
- **Si** un triangle est un triangle rectangle, **alors** la longueur de la médiane relative à l’hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l’hypoténuse.



</td><td>

- Le triangle ABC est rectangle en C.

<u>Où se trouve le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC?</u>
Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle se trouve au milieu de l'hypoténuse, O est donc le milieu de [AB].

- Le triangle STU, tel que ST = 7 cm est rectangle en U.

O est le milieu de [ST]. <u>Calculer la longueur UO :</u>
UO est la médiane relative à l’hypoténuse, donc sa longueur est la moitié de l’hypoténuse : $UO = \frac{ST}{2} = 3,5cm$

</td></tr>
<tr><td>

- **Si** un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l’un de ses côtés **alors** ce triangle est rectangle.
- **Si** dans un triangle la longueur de la médiane relative à un côté est égale à la moitié de la longueur de ce côté **alors** ce triangle est rectangle.

</td><td>

- Soit un cercle de diamètre [ST], soit U un point de ce cercle.
<u>Démontrer que STU est un triangle rectangle en U :</u>

Le triangle STU est inscrit dans un cercle de diamètre [ST] donc le triangle STU est rectangle en U.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Rappel sur la racine carrée</th><th>Exemples</th></tr>
<tr><td>

- Pour déterminer un nombre quand on connaît son carré, on utilise la touche « racine carrée » de la calculatrice : $\boxed{\sqrt{\ }}$.

</td><td>

- Déterminer AB, tel que $AB^2 = 32$: AB = $\sqrt{32} \approx 5,7$
- $\sqrt{16}$ = 4 en effet $4^2 = 4\times4 = 16$
- $\sqrt{25}$ = 5 en effet $5^2 = 5\times5 = 25$

</td></tr>
</table>

Bilan 5 : Calculer le PGCD de deux nombres entiers

<u>Définition :</u> Le **<u>PGCD</u>** de deux nombres entiers est **P**lus **G**rand **C**ommun **D**iviseur.

<table>
<tr><th>Méthodes de calcul</th><th colspan="2">Exemples</th></tr>
<tr><td>

<u>Méthode 1 : Soustractions successives :</u>

1- Pour calculer PGCD de deux nombres, on soustrait le plus petit des deux nombres au plus grand.
2- On prend le résultat de la soustraction et le plus petit des deux nombres, et on recommence.
3- On continue jusqu'à obtenir zéro.
4- Le dernier nombre obtenu avant zéro est le PGCD.

</td><td>

<u>PGCD de 36 et 60 :</u>

- 60 – 36 = 24
- 36 – 24 = 12
- 24 – 12 = 12
- 12 – 12 = 0

donc PGCD(36;60) = 12

</td><td>

<u>PGCD de 100 et 45 :</u>

- 100 – 45 = 55
- 55 – 45 = 10
- 45 – 10 = 35
- 35 – 10 = 25
- 25 – 10 = 15
- 15 – 10 = 5
- 10 – 5 = 5
- 5 – 5 = 0

donc PGCD(100;45)=5

</td></tr>
<tr><td>

<u>Méthode 2 : Algorithme d'Euclide :</u>

1- On fait la division euclidienne du plus grand nombre par le plus petit. (touche $\boxed{\div R}$ de la calculatrice donne quotient et reste).
2- On recommence avec le diviseur et le reste de la division précédente.
3- On s'arrête lorsque le reste est nul.
4- Le PGCD est le dernier reste non nul.

</td><td colspan="2">

<u>Calcul du PGCD de 225 et 105 :</u>

$255 = \mathbf{105}\times 2+\mathbf{45}$
$105 = \mathbf{45}\times 2+\mathbf{15}$
$45 = 15\times 3+0$
donc PGCD(255,105) = 15

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Fractions irréductibles :</th><th>Exemples</th></tr>
<tr><td>

Une fraction est dite **irréductible** si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux. (C'est-à-dire si leur PGCD est égal à 1.)

<u>Pour obtenir la forme irréductible d'une fraction :</u>

- on calcule le PGCD du numérateur et du dénominateur ;
- puis on divise le numérateur et le dénominateur de cette fraction par leur PGCD.
- On obtient une fraction irréductible.

</td><td>

<u>Simplifier la fraction</u> $\frac{36}{60}$:

- On calcule le PGCD, on trouve PGCD(36 ; 60)=12.
- $\frac{36}{60}=\frac{\cancel{12}\times 3}{\cancel{12}\times 5}=\frac{3}{5}$

<u>Simplifier la fraction</u> $\frac{225}{105}$:

- On calcule le PGCD, on trouve PGCD(255,105)=15
- $\frac{225}{105}=\frac{\cancel{15}\times 15}{\cancel{15}\times 7}=\frac{15}{7}$

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Nombres premiers entre eux :</th><th>Exemples</th></tr>
<tr><td>

On dit que deux nombres sont **premiers entre eux** quand ils ont pour unique diviseur commun 1 ; c'est-à-dire que **leur PGCD est 1**.

<u>Pour déterminer si deux nombres sont premiers entre eux :</u>

- Soit on trouve un diviseur commun évident : souvent 2 ou 5 ou 10 ; ils ne sont donc pas premiers entre eux ;
- Soit on calcule leur PGCD.

</td><td>

- 7 965 et 6 195 ne sont pas premiers entre eux, car ils sont divisibles par 5.
- 46 et 78 ne sont pas premiers entre eux, car ils sont divisibles par 2.
- 1575 et 572 sont premiers entre eux, car en calculant leur PGCD, on trouve 1.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Résolution de problèmes :</th><th>Exemples</th></tr>
<tr><td>

Pour résoudre un problème qui fait intervenir les diviseurs communs de deux nombres.

- Il faut calculer le PGCD de ces deux nombres
- Répondre à la question en utilisant le PGCD.
- Souvent, il est nécessaire de faire un schéma pour comprendre ce qui est demandé.

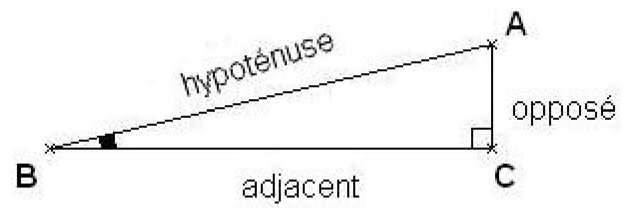
</td><td>

On veut recouvrir un mur (de dimensions 240 cm de haut et 176 cm de large) avec un *nombre entier* de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres *le plus grand* possible.

- <u>Déterminer la longueur du côté d'un carreau :</u>
on calcule PGCD(240, 176)=16.
la longueur du côté est 16 cm.
- <u>Combien faudra-t-il alors de carreaux ?</u>
Il faut 15 carreaux en hauteur car 15×16=240cm et 11 carreaux en hauteur car 11×16=176cm. C'est-à-dire 11×15=165 carreaux au total.

</td></tr>
</table>

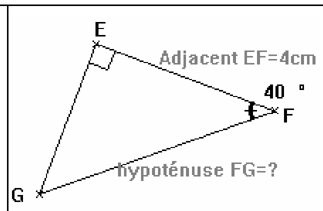
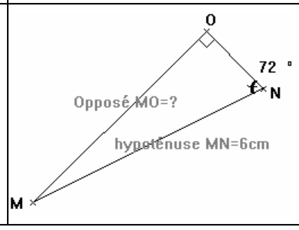
Bilan 6 : Sinus, Cosinus et Tangente d'un angle dans un triangle rectangle

Vocabulaire	Exemples
Dans le triangle ABC, rectangle en C : • le côté [AB] s'appelle l' « **hypoténuse** », *c'est le côté le plus long, qui ne touche pas l'angle droit.* • le côté [AC] est le côté « **opposé** » à l'angle $\widehat{ABC}$, *c'est le seul côté qui ne touche pas l'angle* $\widehat{ABC}$. • le côté [BC] est le côté « **adjacent** » à l'angle $\widehat{ABC}$, *c'est le côté qui touche l'angle* $\widehat{ABC}$.	

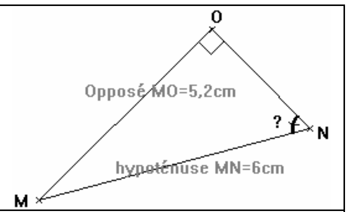
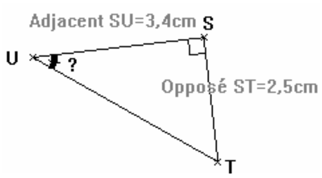
Dans le triangle ABC, rectangle en C, on retient les 3 formules suivantes

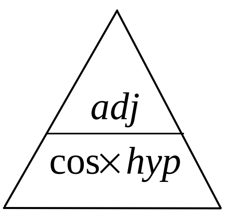
	Cosinus	Sinus	Tangente
	$\cos\widehat{ABC}=\dfrac{adjacent}{hypoténuse}=\dfrac{BC}{AB}$	$\sin\widehat{ABC}=\dfrac{opposé}{hypoténuse}=\dfrac{AC}{AB}$	$\tan\widehat{ABC}=\dfrac{opposé}{adjacent}=\dfrac{AC}{BC}$
Aide-mémoire *« casse-toi »*	**C A H** **C**osinus **A**djacent **H**ypoténuse	**S O H** **S**inus **O**pposé **H**ypoténuse	**T O A** **T**angente **O**pposé **A**djacent

1. **Calculer une longueur :** (on utilise les touches sin cos tan de la calculatrice mode degrés).

• Dans le triangle EFG, rectangle en E, on a $\widehat{EFG}$ = 40°, EF = 4 cm. Calculer FG $\cos\widehat{EFG}=\dfrac{EF}{FG}$ donne $\left(\cos\widehat{EFG}\right)\times FG=EF$, donc $FG=\dfrac{EF}{\cos\widehat{EFG}}=\dfrac{4}{\cos 40}\simeq 5,2cm$	
• Dans le triangle MNO, rectangle en O, on a $\widehat{MNO}$ = 72°, MN = 6 cm. Calculer MO : $\sin\widehat{MNO}=\dfrac{MO}{MN}$ donne $\left(\sin\widehat{MNO}\right)\times MN=MO$ et donc $MO=\left(\sin 72\right)\times 6\simeq 5,7cm$	

2. **Calculer un angle :** (on utilise les touches $\sin^{-1}$ $\cos^{-1}$ $\tan^{-1}$ ou Asn Acn Atn ou arcsin arccos arctan).

• Dans le triangle MNO, rectangle en O, on a MO = 5,2 cm et MN = 6 cm. Calculer l'angle $\widehat{MNO}$ $\sin\widehat{MNO}=\dfrac{MO}{MN}$ donne $\sin\widehat{MNO}=\dfrac{5,2}{6}$ et donc $\widehat{MNO}=\sin^{-1}\left(\dfrac{5,2}{6}\right)\simeq 60°$	
• Dans le triangle STU, rectangle en S, on a SU=3,4cm et ST = 2,5 cm. Calculer l'angle $\widehat{TUS}$. $\tan\widehat{TUS}=\dfrac{ST}{SU}$ donne $\tan\widehat{TUS}=\dfrac{2,5}{3,4}$ et donc $\widehat{TUS}=\tan^{-1}\left(\dfrac{2,5}{3,4}\right)\simeq 36°$	

Aide mémoire	Exemples
 • On écrit la formule dans un triangle. • on "cache" ce que l'on cherche et on lit la nouvelle formule.	• Si on cherche *adj* on le cache, et on a : $\cos\times hyp$ • Si on cherche *hyp* on le cache, et on a : $\dfrac{adj}{\cos}$ • Cela marche pour toutes les formules de ce type avec sinus, tangente, $v=\dfrac{d}{t}\dots$

Bilan 7 : Vitesse moyenne

Formulaire	Exemples
Calcul de la vitesse : • $\text{vitesse} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$ $\quad v = \dfrac{d}{t}$ *aide mémoire :* la vitesse en ville est limité à 50 km/h. 50 « kilomètre par heure » ; c'est-à-dire **kilomètres** divisé par **heures** ; c'est-à-dire vitesse = **distance** divisé par **temps** ;	Une voiture part de Marseille et se rend à Montpellier. La distance entre ces deux villes est de 170 Km; et son trajet dure environ 2 heures. • *Calculer la vitesse moyenne de la voiture :* $\text{vitesse} = \dfrac{170}{2}$ = 85 km.h^{-1} ou 85 km/h.
Calcul de la durée : • $\text{temps} = \dfrac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$ *aide mémoire :* On applique l'aide mémoire du "triangle" du bilan 6 ou on applique le produit en croix à la formule de la vitesse : $\dfrac{\text{vitesse}}{1} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$ donc $\text{temps} = \dfrac{\text{distance} \times 1}{\text{vitesse}}$	Une personne se rend à Paris en TGV. La distance entre Marseille et Paris est de 665 km. Le TGV roule à la vitesse moyenne de 190 km.h^{-1}. • *Calculer, en heures et minutes, la durée de son trajet en TGV :* $\text{temps} = \dfrac{665}{190}$ = 3,5h ; c'est-à-dire 3h 30 minutes.
Calcul de la longueur du parcours : • distance = temps × vitesse *aide mémoire :* On applique l'aide mémoire du "triangle" du bilan 6 ou on applique le produit en croix à la formule de la vitesse : $\dfrac{\text{vitesse}}{1} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$ donc $\text{distance} = \dfrac{\text{temps} \times \text{vitesse}}{1}$	Un automobiliste roule 45 min à la vitesse de 120 km/h. • *Calculer la distance parcourue :* 45 min c'est trois quarts d'heure, c'est-à-dire 0,75h. distance = temps × vitesse = 0,75 × 120 = 90 km

Rappel : 1 heure = 60 minutes et 1 minutes = 60 secondes. 1 heure = 3 600 secondes.

Conversion des unités de temps	Exemples
Calculer avec des durées : • **Pour appliquer une formule** (calcul de vitesse, ou calcul de longueur), il faut convertir les durées en écriture décimale. • **Lorsqu'on donne une réponse**, on l'exprime en heures minutes et secondes	• Un marcheur parcourt 860 m en 12 min. Il faut convertir les données en kilomètre et en heures : 860m = 0,86 km. Et 12 min = 0,2 h, car $\dfrac{12}{60} = 0,2$ ou avec un tableau de proportionnalité :

heures	1 h	?
minutes	60 min	12 min

$? = \dfrac{1 \times 12}{60} = 0,2$

Quelle est sa vitesse ? $\text{vitesse} = \dfrac{0,86}{0,2} = 4,3 km.h^{-1}$

• Un cycliste parcourt 49 km à 35 km.h^{-1}.
Combien de temps dure son trajet ?
$\text{temps} = \dfrac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$, donc $\text{temps} = \dfrac{49}{35} = 1,4$ h.
Il faut convertir en heures et minutes : 1h + 0,4h

Heures, minutes, secondes	Ecriture décimale
2 h 40 min 35 secondes	$2 + \dfrac{40}{60} + \dfrac{35}{2600} \simeq 2,67h$

Bilan 8 : Calcul littéral : identités remarquables et racines carrées

1. Développements et Factorisations:

Définitions :
- **Développer** un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme (ou d'une différence).
- **Factoriser** une somme (ou une différence), c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Propriétés	Exemples
Développement : • Développement simple : $k(a+b) = ka + kb$ $k(a-b) = ka - kb$ • Développement double : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$	$A = 6(x-4)$ $A = 6\times x - 6\times 4$ $A = 6x - 24$ $B = (x+2)(x-3)$ $B = x^2 - x\times 3 + 2\times x - 2\times 3$ $B = x^2 - 3x + 2x - 6$ $B = x^2 - x - 6$
Factorisation : • Recherche du facteur commun : $\underline{k}a + \underline{k}b = \underline{k}(a+b)$ $\underline{k}a - \underline{k}b = \underline{k}(a-b)$	$C = (x+1)(\underline{\mathbf{x+2}}) - (2x-3)(\underline{\mathbf{x+2}})$ $C = (\underline{\mathbf{x+2}})[(x+1) - (2x-3)]$ *attention au "–"* $C = (x+2)(x+1-2x+3)]$ *devant la parenthèse* $C = (x+2)(-x+4)$
Identités remarquables : • $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ • $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	***développer*** **avec les identités remarquables** $(x+3)^2 = x^2 + 2\times 3\times x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$ $(1-y)^2 = 1^2 - 2\times 1\times y + y^2 = 1 - 2y + y^2$ $(3+2x)(3-2x) = 3^2 - (2x)^2 = 9 - 4x^2$ ***factoriser*** **avec les identités remarquables** $y^2 + 8y + 16 = y^2 + 2\times 4\times y + 4^2 = (y+4)^2$ $4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 - 2\times 1\times 2x + 1^2 = (2x-1)^2$ $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$

2. Racines carrées:

La **racine carrée** d'un nombre positif a est le nombre positif qui élevé au carré donne a. Elle se note $\sqrt{a}$

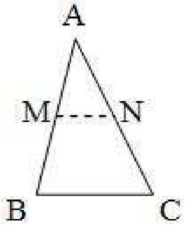
Propriétés	Exemples
Multiplications : • $\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{a\times b}$	• $\sqrt{2}\times\sqrt{3} = \sqrt{2\times 3} = \sqrt{6}$
Divisions : • $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (b non nul).	• $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$
***Attention** on ne peut pas additionner ou soustraire :* • $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ • $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$	• $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$ *et* $\sqrt{25} = 5$ *donc* $\sqrt{9} + \sqrt{16} \neq \sqrt{25}$ *(en effet 7≠5 …)*
• pour $a \geq 0$, $\sqrt{a^2} = a$ et $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$	• $\sqrt{6^2} = \sqrt{36} = 6$ et $\sqrt{12^2} = 12$
Simplifications Si c'est possible, il faut écrire le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ *(où a est un nombre entier, et b est un nombre positif le plus petit possible).* • On fait apparaître un carré sous la racine carrée (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 etc… voir ci-dessous) • On utilise la propriété de multiplication. • Puis, on simplifie l'écriture.	• Ecrire $B = 2\sqrt{24} - \sqrt{150} + \sqrt{54}$ sous la forme $a\sqrt{6}$. $B = 2\sqrt{4\times 6} - \sqrt{25\times 6} + \sqrt{9\times 6}$ $B = 2\sqrt{4}\times\sqrt{6} - \sqrt{25}\times\sqrt{6} + \sqrt{9}\times\sqrt{6}$ $B = 2\times 2\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + 3\sqrt{6} = (4-5+3)\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

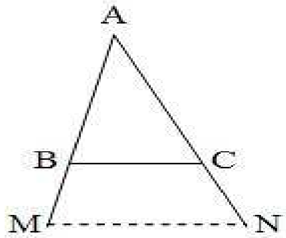
♥ ♥ ♥ A savoir par cœur ♥ ♥ ♥										
$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{100} = 10$

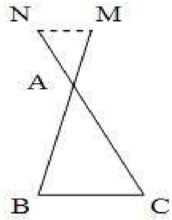
Bilan 9 : Le théorème de Thalès et sa réciproque.

1. Trois configurations dans lesquelles on applique le théorème de Thalès :

Dans chaque cas:
M∈ (AB)
N ∈ (AC)
(MN)//(BC)



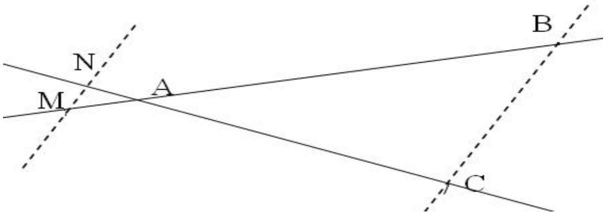




2. Calculer une longueur avec le théorème de Thalès :

Théorème de Thalès :	Dans le triangle ABC, M∈ (AB) et N∈ (AC). **Si** les droites (MN) et (BC) sont parallèles **alors** $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

Exemple :
ABC est un triangle. M∈ (AB) et N∈ (AC).
La droite (MN) est parallèle à la droite (BC).
On sait que AB = 8 cm ; AC = 6 cm ; AM = 2cm.
Calculer AN.



Calculer la longueur AN :

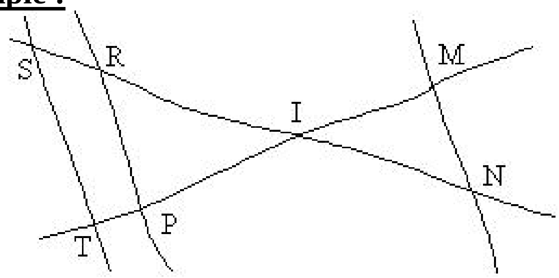
- Dans le triangle ABC, on sait que M∈ (AB) et N∈ (AC) et (MN) // (BC).
- D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ c'est-à-dire $\frac{2}{8}=\frac{AN}{6}=\frac{MN}{BC}$
- En particulier $\frac{2}{8}=\frac{AN}{6}$ donc AN = $\frac{2\times 6}{8}$ =1,5 cm.

ⓘⓘⓘ A QUOI ÇA SERT ? Le théorème de Thalès permet de calculer des longueurs.

3. Montrer que deux droites sont parallèles avec la réciproque du théorème de Thalès :

Réciproque du théorème de Thalès :	**Si** les points A, B, M et A, C, N sont alignés et dans le même ordre. Et **si** $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ **alors** d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exemple :



IR = 8 cm RP = 10 cm IP = 4 cm
IM = 4 cm IS = 10 cm IN = 6 cm IT = 5 cm
Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.

Réponse : on sait que :

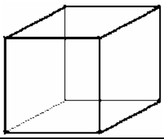
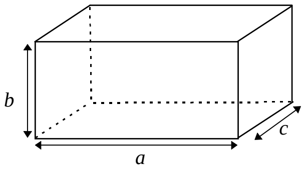
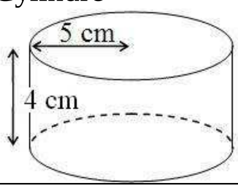
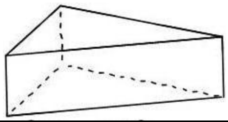
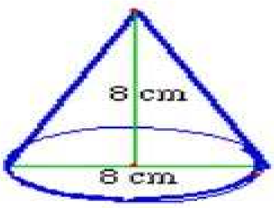
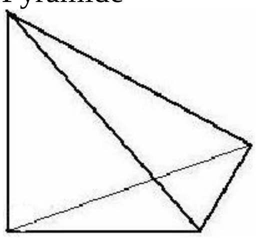
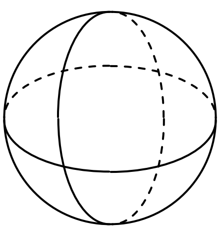
- Dans le triangle IST, les points I, R et S et les points I, P, T sont alignés et dans le même ordre.
- $\left.\begin{array}{l} d'une\ part\ \frac{\text{IR}}{\text{IS}}=\frac{8}{10}=0,8 \\ d'autre\ part\ \frac{\text{IP}}{\text{IT}}=\frac{4}{5}=0,8 \end{array}\right\}\ on\ a\ donc\ \frac{\text{IR}}{\text{IS}}=\frac{\text{IP}}{\text{IT}}$

donc d'après la réciproque du théorème de Thalès **les droites (RP) et (ST) sont parallèles**.

ⓘⓘⓘ A QUOI ÇA SERT ? La réciproque du théorème de Thalès permet de démontrer que deux droites sont parallèles

Rappel sur le produit en croix	Exemples
a, b, c et d sont 4 nombres différents de zéro. • Si on a $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ alors $a\times d=b\times c$ • Ce qui donne $a=\frac{b\times c}{d}$; $d=\frac{b\times c}{a}$; $b=\frac{a\times d}{c}$; $c=\frac{a\times d}{b}$	• Si on a $\frac{2}{8}=\frac{AN}{6}$ alors $2\times 6=8\times AN$ et donc AN= $\frac{2\times 6}{8}=\frac{12}{8}=1,5$ cm .

Bilan 10 : Volumes

Formulaire		Exemples
• Cube 	Soit a la longueur de l'arête d'un cube. $\boxed{V = a^3 = a \times a \times a}$	• Si l'arête est 5 m, le volume sera $V = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125\ m^3$. • Si l'arête est 8 cm, le volume sera $V = 8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512\ cm^3$.
• Pavé droit 	Pour calculer le volume d'un pavé droit, il faut multiplier les trois dimensions $\boxed{V = a \times b \times c}$	• Si les dimensions sont a = 5 cm, b = 32 mm, c = 4 cm. *Il faut tout convertir en cm : b=3,2cm.* $V = 5 \times 3{,}2 \times 4 = 64\ cm^3$.
• Cylindre 	La base est un disque de rayon R. La hauteur est notée h $\boxed{V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}}$ $\boxed{V = \pi \times R^2 \times h}$	• Si hauteur = 4 cm et rayon = 5 cm $V = \pi \times 5^2 \times 4 = 100\pi \simeq 314 cm^3$
• Prisme droit 	La hauteur est notée h $\boxed{V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}}$	• Si l'aire de la base est 15 cm². Et la hauteur 6 cm. $V = 15 \times 6 = 90\ cm^3$
• Cône 	La base est un disque de rayon R. La hauteur est notée h $\boxed{V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}}$ $\boxed{V = \frac{(\pi \times R^2) \times h}{3}}$	• h=8cm et diamètre de la base=8cm. On calcule le rayon R=8÷2=4cm. $V = \frac{(\pi \times R^2) \times h}{3} = \frac{\pi \times 4^2 \times 8}{3} \simeq 134 cm^3$.
• Pyramide 	Le volume est donné par la formule $\boxed{V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}}$	• Si la base est un triangle rectangle de dimensions 4,8 cm et 3,6 cm. Et la hauteur = 5 cm Aire de la base $= \frac{4{,}8 \times 3{,}6}{2} = 8{,}64 cm^2$ $V = \frac{8{,}64 \times 5}{3} = \frac{43{,}2}{3} = 14{,}4 cm^3$
• Boule et sphère 	Aire de la sphère : $\boxed{A = 4\pi R^2}$ Volume de la boule : $\boxed{V = \frac{4}{3}\pi R^3}$	• Si rayon = 3,5 cm $A = 4\pi \times 3{,}5^2 \simeq 153{,}9 cm^2$ $V = \frac{4}{3}\pi \times 3{,}5^3 \simeq 179{,}6 cm^3$

<u>Aide mémoire :</u>

- Pour le **cube**, le **pavé droit**, le **cylindre** et le **prisme droit** : $\boxed{V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}}$
- Pour le **cône** et la **pyramide** : $\boxed{V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}}$

Bilan 11 : Unités de volume, Aires et agrandissement réduction

Conversion des unités de volume

- Pour convertir des unités de volume, il faut faire un tableau de conversion avec 3 colonnes par unité.

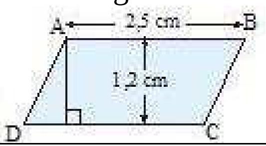
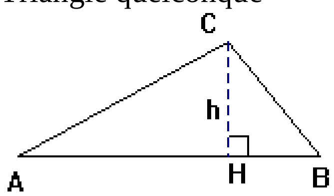
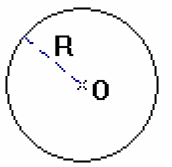
m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
					L						
					2	0	0	0			
		4,	5	0	0	0	0	0			

- **RAPPEL :** 1 litre = 1 dm^3

Exemples

- 2 000 cm^3 = 2 dm^3 = 2 L
- 4 500 000 cm^3 = 4,5 m^3
- 1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3

Formulaire

Formulaire		Exemples
• Parallélogramme 	$\boxed{Aire = côté \times hauteur}$	• AB = 2,5 cm et h = 1,2 cm $Aire = 2,5 \times 1,2 = 3 cm^2$
• Triangle quelconque 	$\boxed{Aire = \dfrac{côté \times hauteur}{2}}$	• AB = 4 cm et h = 1,5 cm $Aire = \dfrac{4 \times 1,5}{2} = 3 cm^2$
• Cercle 	$\boxed{Périmètre = 2 \times \pi \times r}$ $\boxed{Aire = \pi \times r^2}$	• rayon : R = 3 cm $Périmètre = 2 \times \pi \times 3 \simeq 18,85 cm$ $Aire = \pi \times 3^2 = 9\pi = 28,27 cm^2$

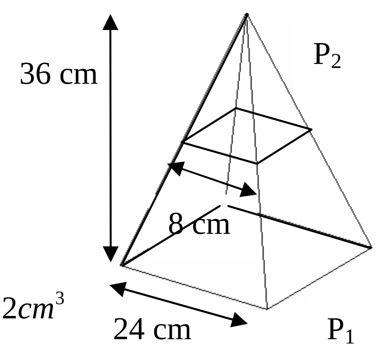
Agrandissement Réduction

- Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :
  - ✓ les longueurs sont multipliées par k,
  - ✓ les aires sont multipliées par k²,
  - ✓ les volumes sont multipliés par $\boxed{k^3}$.
- Pour une réduction $0 < k < 1$
- Pour un agrandissement $k > 1$

<u>Remarque :</u> il faut bien repérer la forme de la base (carrée, triangle, disque...) dans ce genre d'exercice.

Exemple

P_1 est une pyramide à base <u>carrée</u> de 24 cm de côté.
On la coupe par un plan parallèle à la base. On a une nouvelle pyramide P_2. P_2 est alors une réduction de P_1.
1) Calculer le coefficient de réduction k.
2) a) Calculer le volume de la pyramide P_1.
b) En déduire le volume de la pyramide P_2



<u>Solution :</u>

1) $k = \dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3}$

2)

a) $V_{P_1} = \dfrac{24 \times 24 \times 36}{3} = 6912 cm^3$

b) $V_{P_2} = k^3 \times V_{P_1} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 \times 6912 = 256 cm^3$

Bilan 12 : Statistiques

Série 1 : *Tailles (en m) de 9 personnes. :* *1,75 ; 1,68 ; 1,76 ; 1,89 ; 1,83 ; 1,91 ; 1,78 ; 1,79 ; 1,74*
Série 2 : *Poids (en kg) de 12 personnes :* *57 ; 80 ; 95 ; 75 ; 57 ; 76 ; 78 ; 80 ; 75 ; 75 ; 77 ; 61*

Définitions	Exemples
• L'**effectif** : c'est le **nombre**	• L'effectif total de la 1ère série est **9**. • L'effectif total de la 2ème série est **12**.
• La **moyenne** est $\frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{effectif total}}$; • La moyenne **pondérée** d'une série de données est égale à la somme du produit de chaque valeur par son effectif, divisée par l'effectif total.	• La taille moyenne de la 1ère série est environ **1,79 m.** $\frac{1,75+1,68+1,76+1,89+1,83+1,91+1,78+1,79+1,74}{9} \simeq 1,79$ • Le poids moyen de la 2ème série est environ **73,8 kg.** $\frac{57\times2+61+75\times3+76+77+78+80\times2+95}{12} \simeq 73,8$
• La **fréquence** est $\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$. • Pour obtenir une fréquence en **pourcentage**, on la multiplie par 100.	• Dans la deuxième série, la fréquence du poids 75 kg est $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0,25$ • Le pourcentage de personnes qui pèsent 75 kg est **25%.**

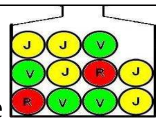
ATTENTION : *pour déterminer la médiane et l'étendue d'une série statistique, il est nécessaire de ranger les valeurs de la série dans* ***l'ordre CROISSANT****.*

Série 1 : *Tailles rangées dans l'ordre croissant :* *1,68; 1,74; 1,75; 1,76; 1,78; 1,79; 1,83; 1,89; 1,91*
Série 2 : *Poids rangés dans l'ordre croissant :*

Poids	***57***	***61***	***75***	***76***	***77***	***78***	***80***	***95***	***Total***
Effectif	*2*	*1*	*3*	*1*	*1*	*1*	*2*	*1*	*12*
Effectif cumulé	*2*	*2+1=3*	*6*	*7*	*8*	*9*	*11*	*12*	
Fréquences	$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	*1*
Pourcentages	*16,67 %*	*8,33 %*	*25 %*	*8,33 %*	*8,33 %*	*8,33 %*	*16,67 %*	*8,33 %*	*100 %*

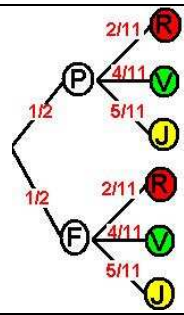
Définitions	Exemples
• La **médiane** est le nombre qui partage la série en deux séries de même effectif.	• Pour la 1ère série : la médiane est **1,78 m.** $\underbrace{1,68\ \ 1,74\ \ 1,75\ \ 1,76}_{4\ valeurs}\quad \underset{\text{médiane}}{\underset{\Downarrow}{1,78}}\quad \underbrace{1,79\ \ 1,83\ \ 1,89\ \ 1,91}_{4\ valeurs}$ • Pour la 2ème série : la médiane est entre 75 et 76 : $\frac{75+76}{2}=75,5$ $\underbrace{57\ \ 57\ \ 61\ \ 75\ \ 75\ \ 75}_{6\ valeurs}\quad \underset{\text{médiane}}{\Downarrow}\quad \underbrace{76\ \ 77\ \ 78\ \ 80\ \ 80\ \ 95}_{6\ valeurs}$
• L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.	• L'étendue de la 1ère série est 1,91 – 1,68 = **0,23 m ;** • L'étendue de la 2ème série est 95 – 57 = **38 kg.**
• Les **quartiles** sont les nombres qui partagent la série en quatre séries de même effectif. Le premier Quartile est noté Q1 et le troisième Q3.	<u>Si l'effectif total n'est pas divisible par 4</u>, on arrondie au nombre entier supérieur. *Pour la **1ère série*** $\frac{\text{effectif total}}{4}=\frac{9}{4}=2,25\simeq3$ *Q1 est la 3ème donnée de la série : 1,75 m* $\frac{3\times\text{effectif total}}{4}=\frac{3\times9}{4}=\frac{27}{4}=6,75\simeq7$ *Q3 est la 7ème donnée de la série : 1 ,83 m*

Bilan 13 : Probabilités

Définitions	Exemples
• Une expérience est une **« expérience aléatoire »** si on ne peut pas prévoir le résultat qui va se produire. C'est une expérience qu'on fait « au hasard ».	Une **pièce**  . Un **dé**  . Une **urne**  **1-** On lance une pièce et observe le résultat : « pile ou « face ». **2-** On lance un dé, et on observe le résultat obtenu. **3-** Une urne contient cinq boules jaunes, quatre vertes et deux rouges, indiscernables au toucher. On en tire une au hasard et on observe sa couleur.
• Un résultat d'une expérience est aussi appelé **« une issue »** de l'expérience. (on retient issue = résultat de l'expérience.)	**1-** Les issues sont « pile » ou « face ». **2-** Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5 ou 6. **3-** Les issues sont « jaune », « vert », « rouge ».
• **Un évènement** est un ensemble de résultats de l'expérience.	**1-** « Obtenir pile » **2-** « Obtenir un nombre pair » (c'est-à-dire 2, 4 ou 6) **3-** « obtenir vert ou jaune ».

Calculs de probabilités	Exemples
• Pour une expérience aléatoire : **la probabilité** d'un évènement est la « chance » qu'un évènement se produise. • Quand tous les évènements élémentaires d'une expérience aléatoire ont tous la même probabilité, on dit qu'il y a **équiprobabilité** : La probabilité d'un évènement sera donnée par la fraction : $\dfrac{\textit{nombre de résultats favorables à l'évènement}}{\textit{nombre de résultats possibles}}$	**1-** La probabilité de l'évènement « Obtenir pile » est $\dfrac{1}{2}$ **2-** La probabilité de l'évènement « obtenir un nombre plus grand ou égal à 5 » est deux chances sur 6 : $\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$ **3-** La probabilité de l'évènement « rouge » est 2 chances sur 11 : $\dfrac{2}{11}$
• Un **évènement certain** se produit toutes les fois : la probabilité d'un évènement certain est 1. • Un **évènement impossible** ne peut pas se produire : la probabilité d'un évènement impossible est 0.	**1-** Avec un dé : « Obtenir un nombre plus petit que 7» est un évènement certain. **2-** « Choisir une boule bleue » est un évènement impossible avec l'urne décrite ci-dessus.

Propriétés :
- La probabilité d'un événement est toujours comprise entre 0 et 1.
- La somme des probabilités de tous les résultats d'une expérience aléatoire est toujours égale à 1.
- La probabilité d'un **évènement impossible** est 0, celle d'un **évènement certain** est 1.

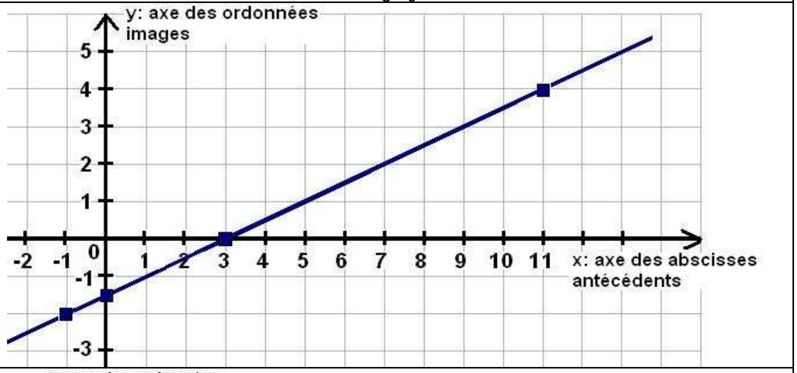
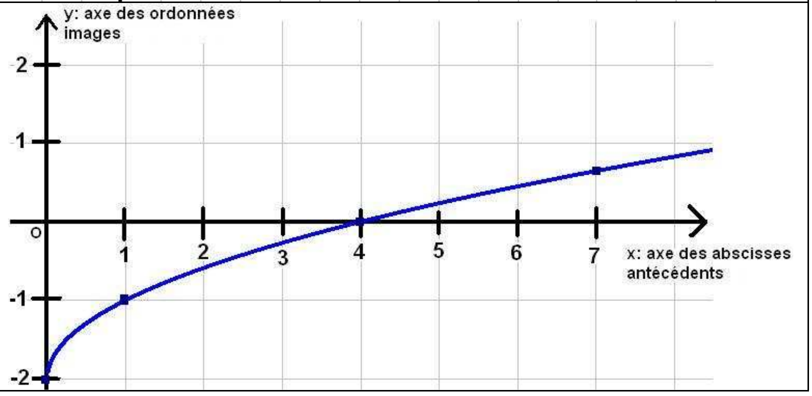
Arbres des possibles	Exemples	
On peut représenter une expérience aléatoire sous forme d'un arbre. • Au bout de la branche, on écrit l'issue ; • Sur la branche, on écrit la probabilité. Pour une expérience aléatoire **<u>à deux étapes :</u>** • On trace l'arbre correspondant à la première étape, • Puis l'arbre correspondant à la deuxième étape.	*<u>Exemple :</u>* • On lance une pièce de monnaie, et on note le résultat obtenu (P pour « pile » ou F pour « face »). • On tire au hasard une boule dans l'urne décrite ci-dessus. Les deux étapes de l'expérience ci-dessus, peut-être représenté par l'arbre ci-contre.	
<u>Propriétés :</u> • La probabilité d'un résultat est <u>le produit des probabilités apparaissant sur les branches de l'arbre</u> menant à ce résultat. • La probabilité d'un événement correspondant à plusieurs résultats, est <u>la somme des probabilités de chaque résultat.</u>	✓ La probabilité d'obtenir « pile et boule verte » (P, V) est le produit des probabilités des branches, c'est-à-dire : $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{11}=\dfrac{4}{22}$. ✓ La probabilité d'obtenir « pile ou face et une boule <u>rouge</u> » : (P,R) ou (F,R) est la somme des probabilités de chaque résultat : p(P, R) + p(F, R) = $\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{11}\right)+\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{11}\right)=\dfrac{2}{22}+\dfrac{2}{22}=\dfrac{4}{22}=\dfrac{2}{11}$	

<u>Remarque :</u> *Dans les expériences aléatoires à plusieurs étapes il faut repérer le vocabulaire éventuel suivant : « tirage successif avec ou sans remise ».*

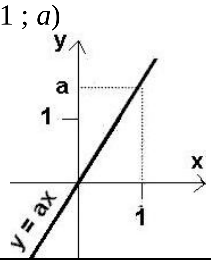
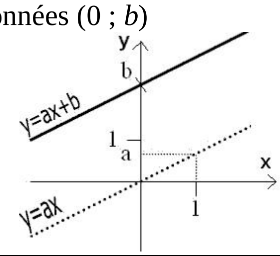
Bilan 14 : Fonctions linéaires – Fonctions affines

Définitions	Exemples
• Une **fonction** est un processus (ou une « machine à calculer »), qui fait correspondre à un nombre en entrée, un <u>unique</u> nombre en sortie.	• La fonction g ajoute 4 au nombre de départ. • La fonction f fait correspondre à un nombre, le carré de ce nombre. On note $g : x \longmapsto x + 4$ et $f : x \longmapsto x^2$
• Le nombre obtenu « à la sortie » de la fonction s'appelle l'**image**.	• « le carré de 3 est 9 » ; $f : 3 \longmapsto 3^2=9$. On dit que « 9 est l'image de 3 par la fonction f ». On note $\boxed{f(3) = 9}$, on lit « f de 3 égale 9 ».
• Le nombre « à l'entrée » de la fonction s'appelle l'**antécédent**.	• $g : 0 \longmapsto 0 + 4 = 4$. On dit que « 0 est l'antécédent de 4 par la fonction g ».
• Un nombre donné peut avoir zéro, un ou plusieurs antécédents par une fonction donnée.	• $f(-3) = f(3) = 9$ car $(-3)^2 = 3^2$ On dit que « 9 a deux antécédent par f : 3 et -3 ». • -15 n'a pas d'antécédent par $f(x) = x^2$

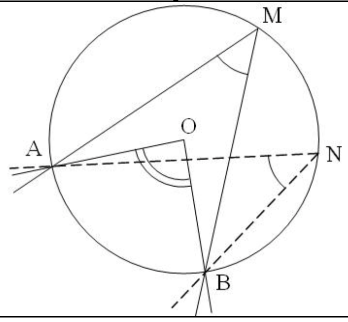
3 façons de définir une fonction :

<table>
<tr><th>Formule</th><th>Avec un tableau</th><th>Avec un graphique</th></tr>
<tr><td>$h : x \mapsto \dfrac{x-3}{2}$
ou
$h(x) = \dfrac{x-3}{2}$</td><td><table><tr><td>X</td><td>-1</td><td>0</td><td>3</td><td>11</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td>-2</td><td>$-\dfrac{3}{2}$</td><td>0</td><td>4</td></tr></table></td><td>
</td></tr>
<tr><td>$j : x \mapsto \sqrt{x} - 2$
ou
$j(x) = \sqrt{x} - 2$</td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr><tr><td>$j(x)$</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>$\sqrt{7} - 2$</td></tr></table></td><td>
</td></tr>
</table>

Fonctions linéaires / Fonctions affines :

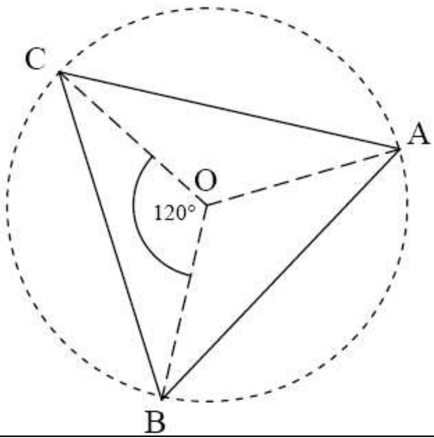
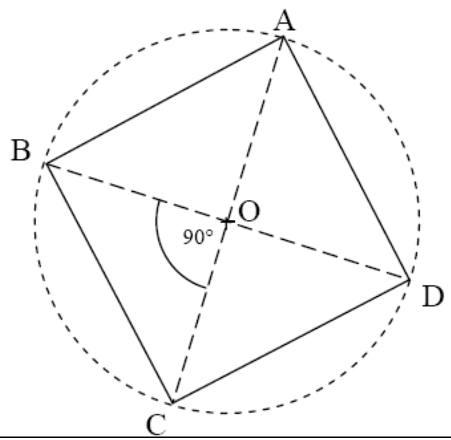
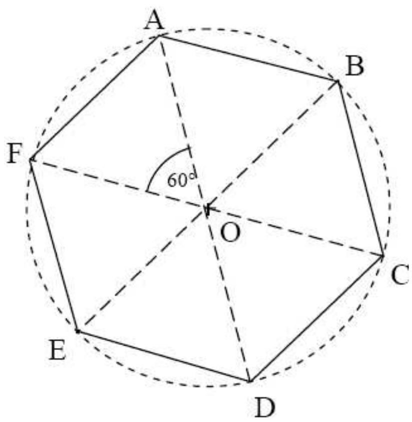
<table>
<tr><th></th><th>Fonctions Linéaires</th><th>Fonctions Affines</th></tr>
<tr><td>Type de fonction</td><td>$x \longrightarrow ax$</td><td>$x \longrightarrow ax + b$</td></tr>
<tr><td>Image de x par f</td><td>$f(x) = ax$</td><td>$f(x) = ax + b$</td></tr>
<tr><td>Situation de proportionnalité</td><td>Oui</td><td>Si $b \neq 0$ Non</td></tr>
<tr><td>Représentation graphique</td><td>Droite passant par l'origine et le point de coordonnées (1 ; a)

</td><td>Droite passant par le point de coordonnées (0 ; b)

</td></tr>
<tr><td>Equation de la représentation graphique</td><td>$y = ax$</td><td>$y = ax + b$</td></tr>
<tr><td>Vocabulaire</td><td>a est le coefficient directeur</td><td>a est le coefficient directeur
b est l'ordonnée à l'origine</td></tr>
</table>

Bilan 15 : Angles inscrits – angles au centre. Polygones réguliers

Définitions	Figure
(C) est un cercle de centre O. • L'angle $\widehat{AMB}$ est appelé **angle inscrit** dans (C). L'angle $\widehat{ANB}$ aussi. • L'angle $\widehat{AOB}$ est l'**angle au centre associé** à cet angle inscrit. • On dit que ces 3 angles **interceptent** le même arc $\overset{\frown}{AB}$.	

Propriétés	Exemples
• La mesure d'un angle inscrit dans un cercle est égale à la moitié de la mesure de l'ange au centre associé.	• $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$ et $\widehat{ANB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$ *exemple :* dans la figure ci-dessus, si $\widehat{AOB}$ = 72°, alors $\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = 72 \div 2 = 36°$.
• Donc la mesure de l'angle au centre est le double de la mesure de l'angle inscrit correspondant.	• $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$ *exemple :* dans la figure ci-dessus, si $\widehat{AMB}$ = 43°, alors $\widehat{AOB} = 2 \times 43 = 86°$.
• Deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux.	• $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$ *exemple :* dans la figure ci-dessus, si $\widehat{AMB}$ = 33°, alors $\widehat{ANB} = \widehat{AMB} = 33°$.

Polygones réguliers : définitions	Propriété
• Un **polygone régulier** est un polygone inscrit dans un cercle, qui a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de la même mesure. • Pour un polygone régulier, il existe un cercle de centre O qui passe par tous les sommets. On appelle ce cercle le **cercle circonscrit au polygone**. Le point O est appelé **centre du polygone**.	• Dans un polygone régulier, tous les angles au centre sont égaux. • Si le polygone régulier de centre O, à n côtés. Les points A et B sont deux points consécutifs de ce polygone. Alors l'angle $\widehat{AOB}$ est appelé **l'angle au centre de ce polygone** et il mesure $\widehat{AOB} = \frac{360°}{n}$.

Triangle équilatéral	Carré	Hexagone régulier
n = 3 et $\alpha = \frac{360}{3}$ = 120°	n = 4 et $\alpha = \frac{360}{4}$ = 90°	n = 6 et $\alpha = \frac{360}{6}$ = 60°
		

Bilan 16 : Systèmes de 2 équations à 2 inconnues

Résolution par la méthode de substitution	Exemple
La méthode par substitution est utilisée quand une des deux équations permet facilement d'exprimer une inconnue en fonction de l'autre. *Par exemple,* si on a un coefficient 1 devant *x*, dans l'équation 1. • On exprime *x* en fonction de *y* : équation 1.	• *Résoudre le système suivant :* $\begin{cases} x+3y=12 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$: • $x=12-3y$
• Dans l'équation 2, on remplace *x*, par l'expression trouvée.	• $3\times(12-3y)+2y=1$
• On résout l'équation 2 et on trouve *y*.	$3\times12-3\times3y+2y=1$ $36-9y+2y=1$ $-7y+36=1$ $-7y+36-36=1-36$ $\frac{-7y}{-7}=\frac{-35}{-7}$ $y=5$
• Dans l'équation 1, on remplace *y* par la valeur qu'on vient de calculer, et on trouve *x*.	• $x=12-3\times5=12-15=-3$ Les solutions du système sont $(x=-3;\ y=5)$
• On vérifie si les valeurs trouvées sont correctes.	• *Vérification :* $\begin{cases} -3+3\times5=-3+15=12 \\ 3\times-3+2\times5=-9+10=1 \end{cases}$ On retrouve les valeurs 12 pour la 1ère équation et 1 pour la 2ème.

Résolution par la méthode de combinaison linéaire	Exemple
La méthode par combinaison est utilisée si on ne peut pas appliquer la méthode précédente. • On multiplie chaque équation par le coefficient de *x*, en « croisant en diagonale ».	*Résoudre le système suivant :* $\begin{cases} \underline{5}x+7y=17 & (\textit{équation } 1) \\ \underline{3}x+2y=8 & (\textit{équation } 2) \end{cases}$ • $\begin{cases} \underline{3}\times5x+\underline{3}\times7y=\underline{3}\times17 \\ \underline{5}\times3x+\underline{5}\times2y=\underline{5}\times8 \end{cases}$ donne $\begin{cases} 15x+21y=51 \\ 15x+10y=40 \end{cases}$
• On soustrait les deux équations et on obtient une équation pour *y*.	• On soustrait : $0x+(21-10)y=51-40$ $11y=11$
• On résout l'équation et on trouve *y*.	• $\frac{11}{11}y=\frac{11}{11}$ donne *y* = 1.
• Dans l'équation 1, on remplace *y* par la valeur qu'on vient de calculer ; on obtient une équation en *x*. On résout l'équation et on trouve *x*.	• $5x+7\times1=17$ $5x+7=17$ $5x+7-7=17-7$ $\frac{5x}{5}=\frac{10}{5}$ $x=2$ Les solutions du système sont $(x=2;\ y=1)$
• On vérifie si les valeurs trouvées sont correctes.	• *Vérification :* $\begin{cases} 5\times2+7\times1=10+7=17 \\ 3\times2+2\times1=6+2=8 \end{cases}$ On retrouve les valeurs 17 pour la 1ère équation et 8 pour la 2ème.

Résolution graphique	Représentation graphique
Exemple : Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 4x+2y=4 \\ 3x+y=1 \end{cases}$ On exprime *y* en fonction de *x* dans chacune des équations, et on obtient : $\begin{cases} 2y=4-4x \\ y=1-3x \end{cases}$ donne $\begin{cases} y=-2x+2 \\ y=-3x+1 \end{cases}$ ***Cela correspond à deux fonctions affines.*** La solution du système sera la point M(*x* ;*y*) point d'intersection de la droite d'équation *y* = -2*x* + 2, et de la droite d'équation *y* = -3*x* – 1. La solution du système semble être (*x* = -1 ; *y* = 4). • *Vérification :* $\begin{cases} 4\times(-1)+2\times4=-4+8=4 \\ 3\times(-1)+4=-3+4=1 \end{cases}$ On retrouve les valeurs 4 pour la 1ère équation et 1 pour la 2ème.